Überlegungen zum elektrostatischen Feld nach dem Coulomb-Gesetz unter zusätzlicher Berücksichtigung der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit des Feldes als Folge der Relativitätstheorie

Wolfenbüttel, den 11. Dez. 2007

Claus W. Turtur, Fachhochschule Braunschweig-Wolfenbüttel

Zusammenfassung

Das von einer Ladung ausgehende elektrostatische Feld kann mit Hilfe des Coulomb-Gesetzes berechnet werden. Dabei macht dieses Gesetz keine Aussagen zur Ausbreitungsgeschwindigkeit der Feldstärken, vielmehr wird automatisch instantane Ausbreitung vorausgesetzt, entsprechend einer unendlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit. Eine derartige Geschwindigkeit ist aber nach der Relativitätstheorie unmöglich. Danach kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit nicht überschreiten. Berücksichtigen wir diese Tatsache, so kann die elektrostatische Feldstärke einer Ladungsverteilung auch von Ausbreitungsgeschwindigkeit der Feldstärken abhängen. In diesem Artikel wird das Prinzip der Ausbreitung der elektrischen Feldstärken mit endlicher Geschwindigkeit erläutert und anhand eines Beispiels demonstriert. Dabei sehen wir, dass elektrostatische Feldstärken durchaus von der Annahme der Ausbreitung mit endlicher Geschwindigkeit beeinflußt werden können.

Inhaltsverzeichnis

Inhalt des Artikels

(1.) Erläuterung des Prinzips des Coulomb-Gesetzes unter zusätzlicher Berücksichtigung der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der emittierten Felder.

Das Coulomb-Gesetz, wie man es in vielen Lehrbüchern findet [1], dient der Berechnung der Kräfte zwischen zwei Punktladungen und wird oft geschrieben in der Form

$$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot \vec{r}}{4\pi \varepsilon_0 |\vec{r}|^3} \qquad (1)$$

mit $q_1, q_2 =$ elektrische Ladungen
$\vec{r} =$ Abstand zwischen den beiden Ladungen (Fernwirkung)
$\varepsilon_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m} =$ elektrische Feldkonstante [2]

Darauf aufbauend findet man oftmals die Angabe der Feldstärke der Punktladung Nr.1 als

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q_1 \cdot \vec{r}}{4\pi \varepsilon_0 |\vec{r}|^3} \qquad (2)$$

Dabei werden der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder keine Gedanken gewidmet, sodaß man davon ausgeht, daß das Feld den angegebenen Wert an jedem Ort im Raum sofort annimmt. Die Konsequenz wäre, dass eine Änderung der elektrischen Ladung q_1 überall im Raum im selben Moment wahrgenommen werden könnte, was uns zu der Möglichkeit verhel-

fen würde, Informationsübertragung mit unendlicher Geschwindigkeit vorzunehmen [3] – in klarem Widerspruch zur Relativitätstheorie, nach der die Lichtgeschwindigkeit immer als prinzipielle obere Grenze fungiert.
Um diesen Widerspruch mit der Relativitätstheorie zu überwinden, können wir die Beschränkung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder auf die Lichtgeschwindigkeit berücksichtigen, wie es in [4] geschehen ist. Eine der Konsequenzen dieser Sichtweise wäre dann, dass das elektrostatische Feld, welches von einer elektrischen Ladung ausgeht (wie z.B. von der Ladung Nr.1 in (2)), mit einer gewissen Verzögerung wirkt, die wiederum vom Abstand $\vec{r}$ abhängt, welcher vom Feld zu durchlaufen ist.

Diese Sichtweise mag ein wenig unüblich erscheinen, aber sie dient z.B. auch zu einer möglichen Erklärung des Funktionsmechanismus des Hertz'schen Dipolstrahlers, bei dem allerdings zusätzlich zum elektrostatischen Feld noch das magnetische Feld berücksichtigt werden muß [5].
Ein weiteres Argument, das für die Beschränkung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder auf die Lichtgeschwindigkeit spricht, ist die Existenz von Gravitationswellen. Diese können nur existieren, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Gravitationsfeldstärken auf die Lichtgeschwindigkeit beschränkt ist [6], [7], [8], [9]. Und dann hat das für die Entstehung der Gravitationswellen dominant verantwortliche Gravitationsgesetz nach Newton eine zum Coulomb-Gesetz analoge Form. Wenn die Existenz von Gravitationswellen möglich oder sinnvoll erscheint, dann müssten in gleicher Weise auch elektrostatische Wellen aus bewegten elektrostatischen Ladungen sinnvoll erscheinen.

Dies bedeutet, daß jede elektrische Ladung ein elektrostatisches Feld aussendet, und daß dieses Feld sich dann im Raum ausbreitet, nachdem es seine Ursache, die Ladung verlassen hat. Die Ausbreitung des Feldes wird dann nach seinem Aussenden im Sinne eines Loslösens von der Ladung nicht mehr von späteren Positionsänderungen der Ladung beeinflusst. Wenn sich also eine Ladung im Laufe der Zeit bewegt, dann emittiert sie im Verlaufe dieser Bewegung ihr Feld immer von einem wandernden Punkt (nämlich ihrem Aufenthaltsort) aus, sodaß ein Beobachter das Feld immer aus unterschiedlichen Positionen herrührend wahrnimmt. Dieses Konzept unterscheidet sich prinzipiell vom Konzept der unendlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Feldstärke. Bei der letztgenannten Sichtweise würde eine Änderung der Position der feldverursachenden Ladung sofort im selben Moment im gesamten Universum sichtbar sein – im Widerspruch zur Relativitätstheorie.

(2.a.) Ein Beispiel mit vier oszillierenden Punktladungen und der von dieser Anordnung erzeugten elektrostatischen Feldstärke für den Fall der unendlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder

Als Beispiel wollen wir zwei Paare elektrischer Punktladungen betrachten, wie sie in Abb.2 zu sehen sind. Aber die Erklärung des Prinzips beginnt in Abb.1, in dem man zwei elektrisch geladene Kugelschalen sieht (deren Ränder), die periodisch kontrahieren bzw. expandieren.

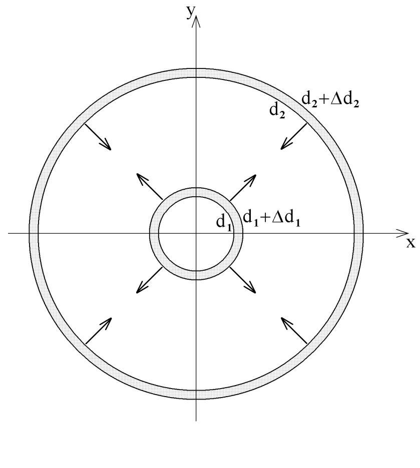

Abb. 1:
Darstellung zweier elektrisch geladener Kugelschalen, die periodisch kontrahieren und expandieren. In der hier dargestellten Momentaufnahme kontrahiert die äußere Kugel (die Nr.2, die die Ladung $-q$ trägt) und die innere Kugel (die Nr.1, die die Ladung $+q$ trägt) expandiert. Schließlich werden die beiden Kugelschalen einander durchdringen, sodaß d_2 kleiner als d_1 wird. Der Vorgang der periodischen Kontraktion und Expansion verläuft durch die gesamte Zeit unserer Betrachtungen. Das Bild zeigt im 2-dimensionalen Schnitt durch die beiden 3-dimensionalen Kugelschalen deren innere und äußere Ränder.

Wenn wir dabei das Coulomb-Gesetz anwenden, ohne an die Zeit und an die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder zu denken, dann verursacht bekanntlich jede der beiden in Abb.1 gezeigten Kugeln in deren Außenraum das selbe elektrostatische Feld wie eine im Kugelmittelpunkt vereinigte Punktladung die die auf der Kugeloberfläche befindliche Ladung enthält. Weil sich außerdem die Ladungen Nr.1 und Nr.2 zu Null summieren ($-q+q=0$) und die Mittelpunkte der beiden Kugeln auch noch zusammenfallen, summiert sich das Gesamtfeld der beiden Kugeln zu Null, unabhängig von den Kugelradien und deren Veränderungen mit der Zeit.

Für die später in Abschnitt 2.b folgenden Berechnungen, mit denen die elektrostatischen Feldstärken unter Berücksichtigung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder berechnet werden sollen, ist eine 3-dimensionale Konstruktion gemäß Abb.1 reichlich kompliziert, aber eine vereinfachte eindimensionale Projektion dieser Struktur genügt bereits, um das Feld zu analysieren und zu verstehen, was passiert. Eine solche Konstruktion wird in Abb.2 veranschaulicht, wobei die Positionen der Ladungen entlang der x-Achse (im Sinne einer aus der Kugel herausgeschnittenen Dimension) als Funktion der Zeit aufgetragen sind, und daneben die Position r des ruhenden Beobachters. Zur weiteren Vereinfachung arbeiten wir mit verschwindender Dicke der Kugelschalen $\Delta d \to 0$. Dann oszilliert die positive Ladung der einen Kugelschale mit der Bezeichnung $q_2^{(+)}$ und $q_3^{(+)}$ in gleicher Weise zwischen den Koordinaten d_1 und d_2 (bzw. $-d_1$ und $-d_2$) wie die negative Ladung der anderen Kugelschale mit der Bezeichnung $q_1^{(-)}$ und $q_4^{(-)}$. In Abb.1 sehen wir eine Momentaufnahme der Oszillation, bei der die positiv geladene Kugel gerade kleiner ist als die negativ geladene Kugel. Im übrigen wollen wir für die weiteren Berechnungen unseres Beispiels mit positiven und negativen Ladungen arbeiten, die dem Betrage nach gleich groß seien und führen daher die Abkürzung q ein, mit $q := q_2 = q_3 = -q_1 = -q_4$.

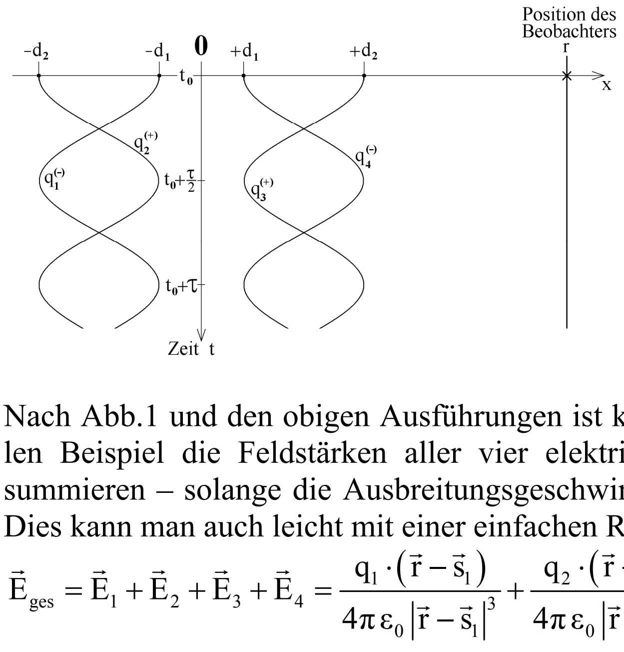

Abb. 2:
Darstellung der Schwingungen der vier Ladungen als Funktion der Zeit, wie sie als Vorgabe für das nachfolgende Rechenbeispiel und auch für die Berechnungen in Abschnitt 2.b verwendet werden.

Nach Abb.1 und den obigen Ausführungen ist klar, dass sich auch in unserem 1-dimensionalen Beispiel die Feldstärken aller vier elektrischen Ladungen (Nr. 1…4) zu Null aufsummieren – solange die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder nicht berücksichtigt wird. Dies kann man auch leicht mit einer einfachen Rechnung kontrollieren, nämlich

$$\begin{aligned} \vec{E}_{ges} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 &= \frac{q_1 \cdot (\vec{r}-\vec{s}_1)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{s}_1|^3} + \frac{q_2 \cdot (\vec{r}-\vec{s}_2)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{s}_2|^3} + \frac{q_3 \cdot (\vec{r}-\vec{s}_3)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{s}_3|^3} + \frac{q_4 \cdot (\vec{r}-\vec{s}_4)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{s}_4|^3} \\ &= \frac{-q \cdot (\vec{r}-\vec{s}_1)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{s}_1|^3} + \frac{q \cdot (\vec{r}-\vec{s}_2)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{s}_2|^3} + \frac{q \cdot (\vec{r}-\vec{s}_3)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{s}_3|^3} - \frac{q \cdot (\vec{r}-\vec{s}_4)}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{s}_4|^3} = \vec{0} \end{aligned} \quad (3)$$

Im nachfolgenden Abschnitt 2.b werden wir nun das Feld berechnen, das sich ergibt, wenn man die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder berücksichtigt.

(2.b.) Ein Beispiel mit vier oszillierenden Punktladungen und der von dieser Anordnung erzeugten elektrostatischen Feldstärke für den Fall der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder

Für diesen Zweck müssen wir die Positionen der vier Ladungen als Funktion der Zeit explizit im Sinne von Bahnkurven beschreiben. Im übrigen wurden diese Positionen in Gleichung (3) bereits verwendet:

$$s_1(t) = -\frac{d_1+d_2}{2} + \frac{d_2-d_1}{2} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{\tau}\right) \tag{4}$$

$$s_2(t) = -\frac{d_1+d_2}{2} - \frac{d_2-d_1}{2} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{\tau}\right) \tag{5}$$

$$s_3(t) = +\frac{d_1+d_2}{2} + \frac{d_2-d_1}{2} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{\tau}\right) \tag{6}$$

$$s_4(t) = +\frac{d_1+d_2}{2} - \frac{d_2-d_1}{2} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{\tau}\right) \tag{7}$$

Auf dieser Basis werden die Feldstärken, die von jeder der vier Ladungen an der Position des Beobachters r hervorgerufen werden in gleicher Weise berechnet, wie das in Gleichung (3) für $\vec{E}_1,...,\vec{E}_4$ geschehen ist. Aber jetzt wird zusätzlich noch die Zeit berechnet, zu der jedes dieser Felder den Beobachter erreicht. Dabei wird einerseits der Moment der Ausstrahlung des Feldes aus der Ladung berücksichtigt und andererseits die Dauer, die jedes der Felder benötigt, um von seinem Entstehungsort mit der Lichtgeschwindigkeit c zum Beobachter zu laufen. Die Dauer dieser Ausbreitung ist einfach

$$\Delta t_i = \frac{r - s_i(t)}{c} \qquad (\text{with } i = 1...4) \tag{8}$$

Führt man diese Berechnungen kontinuierlich mit laufender Zeit aus und addiert für jeden Moment all diejenigen Feldstärken, die den Beobachter in diesem Moment erreichen (sie sind individuell für jede der vier Ladungen zu berechnen), so erhält man das Gesamtfeld am Ort des Beobachters als Funktion der Zeit. Auf diese Art und Weise funktioniert das Coulomb-Gesetz unter zusätzlicher Berücksichtigung der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder.

Ein Beispiel-Ergebnis dieser Berechnungen sieht man in Abb.3. Nun ist das Feld von Null verschieden, was man einsieht, wenn man bedenkt, dass diejenigen Feldstärken, die sich in Gleichung (3) genau kompensieren, den Beobachter zu unterschiedlichen Zeitpunkten erreichen, entsprechend den unterschiedlichen Laufstrecken und somit Laufzeiten, die sie auf ihrem Weg zum Beobachter zurückzulegen haben. Andererseits waren diejenigen Feldstärken, die den Beobachter im gleichen Moment erreichen, zu unterschiedlichen Zeitpunkten an Orten erzeugt worden, was eine Kompensation entsprechend Gleichung (3) verhindert, weil die unterschiedlichen Laufstrecken nach dem Coulomb-Gesetz zu veränderten Feldstärken führen.

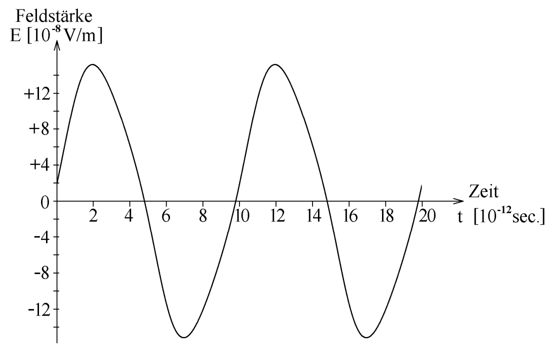

Abb. 3:
Ergebnis der Beispiel-Berechnungen des elektrostatischen Feldes vierer schwingender Ladungen, wie sie in Abb.2 und in den Gleichungen (4…7) beschrieben sind. Den Berechnungen zu Abb.3 liegt das Coulomb-Gesetz mit zusätzlicher Berücksichtigung der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Felder zugrunde.

Ganz offensichtlich ist die Feldstärke am Ort des Beobachters nicht Null. Dies stellt das erste und das wichtigste Resultat des vorliegenden Artikels dar.

Aber es gibt auch noch eine weitere Beobachtung: Die Feldstärke am Ort des Beobachters als Funktion der Zeit folgt nicht exakt einem Sinus oder einem Cosinus. Ihre Abweichung von einem Sinus kann man in Gleichung (9) erkennen, wobei der erste Sinus-Summand als Anfang einer mathematischen Reihe den dominanten Anteil der Feldstärke wiedergibt, und die nächsten beiden Sinus-Summanden eine Fortsetzung der Reihe angeben (wobei sich die Reihe von einer Fourier-Reihe dadurch unterscheidet, dass in jedem Sinus-Summanden noch je eine individuelle Phase zugelassen wird). Im übrigen nimmt die Abweichung des Feldstärkeverlaufs von der reinen Sinus-Form mit abnehmender Geschwindigkeit ab. In unserem Beispiel erreicht das Maximum der Geschwindigkeit, mit der sich die Ladungen bewegen, fast $2\cdot 10^8 \frac{m}{s}$. Bei deutlich niedrigeren Geschwindigkeiten nähert sich die Form des Feldverlaufs als Funktion der Zeit deutlich mehr einem reinen Sinus.

Die berechnete Feldstärke ist (mit einer Rechengenauigkeit von $\Delta E = \pm 3\cdot 10^{-14}\frac{V}{m}$):

$$E(t) = a_0 \cdot \sin\left(1\cdot\frac{2\pi}{\tau}\cdot(t-a_1)\right) + a_2 \cdot \sin\left(3\cdot\frac{2\pi}{\tau}\cdot(t-a_3)\right) + a_4 \cdot \sin\left(5\cdot\frac{2\pi}{\tau}\cdot(t-a_5)\right) + \ldots \qquad (9)$$

mit den Koeffizienten $a_0 = -1.47671114257737\cdot 10^{-11}\frac{V}{m}$, $a_1 = 4.68214978523477\cdot 10^{-8}\,s$,
$a_2 = -9.46983556843000\cdot 10^{-13}\frac{V}{m}$, $a_3 = 5.65583264190749\cdot 10^{-8}\,s$,
$a_4 = +6.47000984663877\cdot 10^{-14}\frac{V}{m}$, $a_5 = 4.67175185668795\cdot 10^{-8}\,s$.

Resumé:
Die Schlußfolgerungen dieses Artikels benötigen nur zwei plausible elementare Annahmen:

- die Gültigkeit des Coulomb-Gesetzes (entsprechend der Elektrodynamik),
- die Tatsache, daß sich Felder nicht mit einer Geschwindigkeit ausbreiten können, die die Lichtgeschwindigkeit übersteigt (entsprechend der Relativitätstheorie).

In Anbetracht der großen Plausibilität dieser Annahmen, sind auch die sich daraus ergebenden und hier beschriebenen Konsequenzen mit großer Wahrscheinlichkeit zutreffend. Deshalb hofft der Autor des Artikels, Experimentatoren dafür gewinnen zu können, die beschriebenen Konsequenzen durch Messungen zu verifizieren. Zu diesem Zweck können auch die Parameter aus Abb.3 (als Vorgabe der Beispielberechnungen) problemlos an die Erfordernisse eines zu planenden Experiments angepasst werden.

Zusätzliche Anmerkungen:
▪ In diesem Artikel wurden nur elektrostatische Felder betrachtet (auch wenn sich diese als Funktion der Zeit ändern). Magnetische Felder gehören nicht zum Inhalt dieses Artikels, aber der Autor plant, auch magnetische Felder für zukünftige Arbeiten in Betracht zu ziehen.
▪ Das Coulomb-Gesetz ohne Berücksichtigung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Feldstärken ergibt sich als Grenzfall des hier benutzten Coulomb-Gesetzes mit Berücksichtigung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Feldstärken, und zwar für die Grenze der verschwindenden Bewegungsgeschwindigkeiten der Ladungen, d.h. $\dot{s}(t)=0$.

Literatur

[1] Klassische Elektrodynamik
John David Jackson, Walter de Gruyter Verlag, 1981, ISBN 3-11-007415-X

[2] CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 1998
Review of Modern Physics 72 (2) 351 (April 2000)
Die Inhalte von CODATA werden laufend aktualisiert: http://physics.nist.gov/cuu/Constants/

[3] Instantaneous Interaction between Charged Particles
W. Engelhardt, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, arXiv:physics/0511172v1 (Nov.2005)

[4] Two Paradoxes of the Existence of electric Charge
Claus W. Turtur, arXiv:physics/0710.3253v1 (Okt.2007)

[5] Bergmann Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, vol.2
Heinrich Gobrecht et.al., Walter de Gruyter Verlag, 1971, ISBN 3-11-002090-0

[6] The Laser interferometer gravitational wave observatory
A.Abramovici et.al. Science 256, 325-333 (1992)

[7] Status of the VIRGO
F.Acernese et.al., Classical and Quantum Gravity 19, 1421 (2002)

[8] Current Status of TAMA
M.Ando and the TAMA collaboration, Classical and Quantum Gravity 19, 1409 (2002)

[9] LIGO and the Detection of Gravitational Waves
R.Barish, R.Weiss, Phys. Today 52 (Oct), 44 (1999)

Adresse des Autors:

Prof. Dr. Claus W. Turtur
Fachhochschule Braunschweig-Wolfenbüttel
Salzdahlumer Strasse 46 / 48
Germany – 38302 Wolfenbüttel
Email: c-w.turtur@fh-wolfenbuettel.de
Tel.: (++49) 5331 / 939 – 3412