Zwei Paradoxa zur Existenz elektrischer Ladung

Wolfenbüttel, den 17. Okt. 2007

Claus W. Turtur, Fachhochschule Braunschweig-Wolfenbüttel

Zusammenfassung:

Elektromagnetische Wellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit im Raum aus. Das hat seinen Grund darin, dass sich elektrische und magnetische Gleichfelder mit dieser Geschwindigkeit ausbreiten. Da sowohl die Wellen als auch die Gleichfelder Energie enthalten, kann man die von der Feldquelle abgestrahlte Energie und die Energiedichte des felderfüllten Raums berechnen – und findet, dass sie für geladene Elementarteilchen aber auch für geladene makroskopische Kugeln nicht verschwindet. Die Berechnung wird im vorliegenden Artikel vorgeführt.

Das wirft ein fundamentales prinzipielles Problem auf, für das die Antwort noch fehlt: Woher bezieht eine ruhende statische Ladung die Energie, die sie ständig abstrahlt ? Das Problem geht noch tiefer: Verfolgt man ein Volumenelement elektrischen Feldes bei seinem Lauf durch den Raum, so verringert sich dessen Energieinhalt im Laufe der Zeit. Aber wohin fließt die Energie ?

Gliederung:

Der Aufsatz besteht aus zwei Teilen. Im ersten Teil werden die Kerngedanken übersichtlich aber ohne Detailerläuterungen dargestellt, sodaß man den Zusammenhang im Überblick erkennen kann. Im zweiten Teil werden einige der gedanklichen Schritte erläutert oder begründet. Den Zusammenhang zwischen den Kerngedanken im ersten Teil und den zugehörigen Detailausführungen im zweiten Teil erkannt man anhand einer Nummerierung.

1.Teil: Der Inhalt im Überblick:

<u>1.Aussage:</u> Elektr. und magnetische Gleichfelder breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus.

Die genannten Gleichfelder breiten sich mit der selben Ausbreitungsgeschwindigkeit aus, wie elektromagnetische Wellen. Man betrachte hierzu Detail Nr.1, sowie die nachfolgenden Überlegungen: Auch elektrische Ladungen übertragen ihre Wechselwirkungskräfte nicht instantan – auch deren Übertragung kann die Lichtgeschwindigkeit nicht überschreiten. Diese Aussage liefert eine obere Begrenzung der Ausbreitungsgeschwindigkeit. Dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit aber tatsächlich diese Grenze erreichet, kann man sich am Funktionsmechanismus des Hertz'schen Dipolstrahlers bewusst machen, zu dem in Detail Nr.1 noch weitere Ausführungen zu finden sind.

<u>2.Aussage:</u> Das Hinauslaufen eines Gleichfeldes aus einer Ladung in den Raum stellt man sich genauso vor wie das Hinauslaufen des Lichts von einem leuchtenden Stern ins Universum. Beide erfüllen den Raum sukzessive ab dem Moment ihrer Entstehung.

Nachdem nun plausibel ist, dass elektrostatische Felder sich mit Lichtgeschwindigkeit im Raum ausbreiten, betrachten wir in einem Gedankenexperiment eine statische Ladung, die zu einem definierten Zeitpunkt $t=0$ einmal eingeschaltet werde, und dann immerfort elektrostatisches Feld emittiere. Als Mechanismus hierfür kann man die Vorstellung eines leitfähigen Gegenstandes (z. B. einer Metallkugel) heranziehen, der zum Zeitpunkt $t=0$ einmal aufgeladen werde und ab diesem Moment Feld emittiert. Lädt man den Körper z.B. durch Trennung von Ladung mit einer Spannungsquelle positiv auf, so kann man die übrig bleibende negative Ladung in einem geschlossenen Metall-Abschirmkasten mitsamt des von ihr emittierten Feldes einsperren. Bezieht man das Bild hingegen nicht auf eine geladene Kugel makroskopischer Abmessungen, sondern auf geladene Elementarteilchen, so wird deren Feld bei ihrer Entstehung eingeschaltet. Das kann z. B. der Zeitpunkt der Entstehung in einem Laborexperiment sein (z.B. bei einer Elektron- Positron- Paarbildung), das könnte aber z.B. bei langlebigen Teilchen auch der Moment des Urknalls sein.

3. Aussage: Frage nach der Herkunft der mit dieser Strahlung emittierten Energie:
Betrachten wir nun eine geladene Kugel eine gewisse Zeit nach dem Einschalten ihres Feldes. Sie emittiert fortwährend elektrostatisches Feld und die damit verbundene Feldenergie. Permanent sendet sie Energie aus. Das Problem ist nur: Woher nimmt diese Ladung jene bezeichnete Energie – in ihr verbirgt sich doch keine Energiequelle, denn sie wandelt offensichtlich keine Masse in Energie um. Langlebige Elementarteilchen (wie z.B. Elektronen) ändern nicht im Laufe der Zeit kontinuierlich ihre Masse. Hierin drückt sich ein **erstes Paradoxon mit der Existenz elektrischer Ladung** (als Quelle elektrostatischer Felder) aus.
Ein Ausweg könnte sein, dass die Ladung von irgendwoher ständig Feldenergie zugeführt bekäme. Aber hierfür fehlen in der bisher bekannten Physik sämtliche Anzeichen.

Welchen Energiebetrag ein geladenes Teilchen pro Zeitintervall aussendet, wird in Detail Nr.2 berechnet. Aufgrund des mathematischen Ergebnisses erlebt man ein **zweites Paradoxon mit der Existenz elektrischer Ladung**: Betrachtet man eine zentralsymmetrische Ladung (z.B. eine geladene Kugel oder eine Punktladung), die die elektrostatische Feldenergie kugelförmig isotrop in den Raum ausstrahlt, so kann man eine Kugelschale endlicher Dicke als Volumenelement herausgreifen, und die in diesem Volumenelement enthaltene elektrostatische Feldenergie berechnen. Mit dem Fortschreiten der Zeit läuft die Kugelschale radial vom Zentrum (also von der Feldquelle) weg, sie lässt sich aber als ein in sich geschlossenes Objekt weiterverfolgen. Aufgrund der Energieerhaltung erwartet man, dass die Feldenergie, die dieses Objekt mit sich führt, zeitlich konstant bleiben sollte. Aber genau dies ist nicht der Fall, sondern vielmehr verringert der leere Raum den Energieinhalt des in sich geschlossenen Kugelschalen-Volumenelements. Aber wohin fließt diese Energie ? Die Berechnung dieser Energie zum Nachweis des zweiten Paradoxons sind Bestandteil der Detailausführungen Nr.2.

Die reine mathematische Berechnung führt zu einer Zusammenfassung der beiden Paradoxa: Die Ladung selbst als Feldquelle müsste fortwährend Energie aus dem leeren Raum zugeführt bekommen, aber das sich ausbreitende Feld müsste in gleicher Weise ständig Energie an den leeren Raum verlieren. Übrigens dürfen sich die zugeführten und abgeführten Energiebeträge gegenseitig nicht vollständig kompensieren, denn das elektrostatische Feld jedes Teilchen enthält Energie (wie man bereits in Lehrbüchern finden kann [Fey 01]). Im übrigen geht unter anderen auch die Definition des klassischen Elektronenradius auf die Energie des elektrostatischen Feldes des Elektrons zurück.

4. Aussage: Analogie zur Gravitation
Des weiteren lassen sich die beiden hier genannten Paradoxa auch auf Gravitationsfelder zumindest in der Beschreibung Newtons übertragen. Auch diesen Feldern kann eine Energiedichte und eine statische Feldenergie zugemessen werden, und auch diese breiten sich mit einer endlichen Geschwindigkeit, nämlich mit Lichtgeschwindigkeit im Raum aus, wie wir im Zusammenhang mit Gravitationswellendetektoren wissen ([Abr 92], [Ace 02], [And 02], [Bar 99], [Wil 02]). Damit ist das Paradoxon zur Existenz elektrostatischer Ladung völlig analog zu einem **Paradoxon der Existenz gravitierender Masse**. Hierzu findet man Erläuterungen in Detail Nr.3.

2. Teil: Erläuterung der Details

1. Zur Ausbreitungsgeschwindigkeit elektrostatischer Felder

Es ist offensichtlich, dass Quellen elektromagnetischer Felder ebenso Energie abstrahlen wie Quellen elektromagnetischer Wellen, denn sowohl die Felder als auch die Wellen enthalten Energie. Damit wäre eigentlich das erste Paradoxon bereits erklärt, aber wir wollen es noch etwas genauer betrachten, um später auch das zweite Paradoxon darauf aufbauen zu können.

Die Betrachtung beginnt im Prinzip mit einem Gedankenexperiment, bei dem man elektrostatische Felder und Magnetfelder ein- und ausschalten kann. Ein dafür verantwortlicher

Mechanismus ist bei Magnetfeldern leicht vorstellbar, denn man kann einen Strom fließen lassen oder ihn ausschalten. Ein möglicher Mechanismus zum Ein- und Ausschalten elektrostatischer Ladungen könnte das Herausnehmen und Hineinbringen der Ladungen in einen geschlossenen metallischen Abschirmkasten sein, aber ein wesentlich einfacherer Mechanismus, zu dem ein reales Beispiel existiert, ist ein schwingendes Ladungspaar, welches einen Hertz'schen Dipolstrahler darstellt. Das geht so: In dem Moment, in dem zwei dem Betrage nach identische aber dem Vorzeichen nach unterschiedliche Ladungen sich am selben Ort befinden, kompensieren sie ihre elektrostatischen Felder gegenseitig. Dieser Moment entspricht der ausgeschalteten Ladung, da nach außen hin keine mehr Ladung wahrnehmbar ist. Entfernen sich die beiden Ladungen jedoch im Rahmen der Schwingung voneinander, so erzeugt jede für sich ein elektrostatisches Feld, und solange die beiden Ladungen unterschiedliche Positionen innehaben, erzeugen sie an jedem beliebigen Ort im Raum unterschiedliche Feldstärken, deren Superposition von Null verschieden ist. Dieser Moment entspricht der eingeschalteten Ladung. Erst wenn die beiden Ladungen wieder räumlich koinzidieren, schalten sie sich wieder gegenseitig aus. In ähnlicher Weise erzeugen die beiden schwingenden Ladungen Magnetfelder solange sie sich bewegen, aber in den Umkehrpunkten der Schwingung liegt ein Augenblick des Stillstandes vor, in dem dann keine Magnetfelder emittiert werden.
Und all die Felder, die bereits emittiert sind, laufen mit Lichtgeschwindigkeit in den Raum hinein, völlig losgelöst von der Frage, welche Feldstärken zu früheren Zeiten von der Quelle emittiert wurden, oder welche Feldstärken zu späteren Zeiten von der Quelle emittiert werden und hinter den erstgenannten her laufen. Ein derart fortgesetztes Schwingen der Ladungen mit Erzeugung elektrostatischer und magnetischer Felder wechselnder Feldstärken, die in den Raum hinein laufen, genügt, um den Funktionsmechanismus des Hertz'schen Dipolstrahlers zu verstehen. Bekanntlich wird auf dieser Basis die Abstrahlcharakteristik des Hertz'schen Dipolstrahlers begründet, indem man mit Kenntnis der aus der Schwingung bekannten Positionen und Geschwindigkeiten der Ladungen als Feldquellen an jedem Ort des Raumes die zu jedem Zeitpunkt dort herrschende Feldstärke der elektrischen Felder (aufgrund des Coulomb-Gesetzes) und der magnetischen Felder (aufgrund des Gesetz von Biot-Savart) berechnet unter Berücksichtigung der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit ebendieser Felder. In dem Teil der Schwingungsperiode, in dem eine Ladung nach außen (vom gemeinsamen Zentrum weg) schwingt, läuft die Feldquelle mit dem sich ausbreitenden Feld mit und erhöht dadurch die elektrische Feldstärke. Im entgegengesetzten Teil der Schwingungsperiode, in dem diese Ladung nach innen (zum gemeinsamen Zentrum hin) läuft, bewegt sie sich von dem sich ausbreitenden Feld weg (bzw. zum Feld in der entgegengesetzten Richtung hin), wodurch die elektrische Feldstärke aufgrund des Abstandes der Ladungen zur Ruhelageposition der Schwingung in der entsprechenden Richtung verringert wird. (Eine Verstärkung in Gegenrichtung erfolgt übrigens aufgrund der Abstandsverhältnisse nicht in gleicher Weise.)

Das magnetische Feld wird in den Momenten des Durchgangs der beiden Ladungen durch die Ruhelageposition maximal, weil zu diesen Zeitpunkten die Geschwindigkeiten der beiden Ladungsträger ihre Maxima erreichen. Umgekehrt sind in den Umkehrpunkten (also bei maximaler Auslenkung) die Geschwindigkeiten der beiden Ladungsträger minimal (nämlich Null), weshalb zu diesen Zeitpunkten kein Magnetfeld erzeugt wird.

Damit verstehen wir übrigens auch die Phasenlage zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Feld der elektromagnetischen Wellen.

2. Berechnung der emittierten Energie und der Ausbreitung der Energie im Raum

Da punktförmige und kugelförmige Ladungen das Feld kugelsymmetrisch emittierten, könnte man im Prinzip die aus der Kugeloberfläche heraustretende Feldstärke berechnen und daraus die pro Zeitintervall emittierte Energie. Für ausgedehnte geladene Kugeln würde dieser Rechenweg funktionieren, nicht aber für Punktladungen. Zu den Letztgenannten zählt man heute auch das Elektron. Für dieses Teilchen kennt man zwar einen klassischen Elektronenradius ($r_{klass.} = 2.82... \cdot 10^{-15} m$ nach [Cod 00]), der aber nicht durch Streuexperimente bestätigt ist (Obergrenze der Ausdehnung des Elektrons von weniger als $10^{-18} m$, d.h. $r_{Streu} < 10^{-18} m$ (vgl. z.B. [Loh 05]). Um die damit verbundene Problematik zu umgehen, können wir um die

Feldquelle „Q“ eine gedachte Kugelschale legen und die Energie die durch sie hindurch tritt berechnen. Dann spielt die Ausdehnung der Ladung keine Rolle mehr, und die Überlegungen gelten für Elementarteilchen in gleicher Weise wie für makroskopische Kugeln. Zur Veranschaulichung betrachte man Abb.1. Die zugehörige Interpretation sieht dann wie folgt aus:

- Den Startzeitpunkt unserer Überlegungen setzen wir mit $t=0$ als denjenigen Moment fest, in dem das Feld gerade die innere Kugelschale mit dem Radius x_1 auffüllt. Zu einem späteren Zeitpunkt $\Delta t>0$ fülle das Feld dann aufgrund seiner Ausbreitungsgeschwindigkeit eine Kugel vom Radius $x_1+c\cdot\Delta t$ aus (mit $c=$ Lichtgeschwindigkeit), sodaß im Zeitintervall Δt der in der Kugelschale von x_1 bis $x_1+c\cdot\Delta t$ (bezogen auf den Radius) enthaltene Energiebetrag von der Ladung emittiert wurde, denn um diesen Betrag wurde die Gesamtenergie des Feldes erhöht. Da dieser Energiebetrag von Null verschieden ist, hat die Ladung im Zentrum der Kugel Feld und die damit verbundene Energie emittiert. Deshalb ist klar, daß die Frage nach dem Ursprung dieser Energie berechtigt ist und zum ersten Paradoxon führt. Im Anschluß an Abb.1 wird eine Berechnung der emittierten Energie vorgenommen.
- Betrachtet man im zweiten Gedankenschritt zu einem noch späteren Zeitpunkt t_2 eine noch größere felderfüllte Kugel des Radius x_2 und berechnet darauf basierend diejenige Energie, die die Ladung im Zeitintervall von t_2 bis $t_2+\Delta t$ emittiert, so ist dies der Energiebetrag in der Kugelschale von x_2 bis $x_2+c\cdot\Delta t$. Sofern der leere Raum keine Quelle oder Senke für Energie darstellt, und die Ladung in gleichen Zeitintervallen gleiche Energiebeträge emittiert, müßte der Energiebetrag in der äußeren Kugelschale der selbe sein, wie der Energiebetrag in der inneren Kugelschale. Man kann die Gleichheit der Energiebeträge in den beiden Kugelschalen auch damit begründen, dass die innere Kugelschale in der Zeit t_2 nach außen auf den Platz der äußeren Kugelschale gewandert ist und beim bloßen Wandern ihren Energiegehalt nicht verändern sollte. Sind die beiden Energiebeträge hingegen unterschiedlich (was die Berechnung weiter unten zeigen wird), so ist die Berechtigung der Frage nach dem Verbleib der Energiedifferenz im Raum auch klar, was nunmehr das zweite Paradoxon begründet.

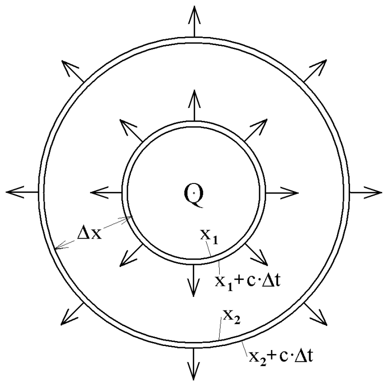

Abb.1:
Veranschaulichung einer Kugelschale, die eine gewisse Feldenergie des elektrostatischen Feldes enthält. Sinn der Konstruktion ist die Verfolgung der Feldenergie beim Hinauslaufen der Kugelschale in den Raum.

Die genannten Energieterme, deren Kenntnis zur Begründung der Paradoxa notwendig ist, seien nun in Formeln berechnet, damit die aufgezeigten Schlussfolgerungen mathematisch untermauert werden:

- Die Feldstärke einer zentralsymmetrischen (d.h. punktförmigen oder kugelsymmetrischen) Ladung Q lautet, dem Coulomb-Gesetz folgend $\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^3}\cdot\vec{r}$, wobei das Ladungszentrum im Koordinatenursprung liegt und $\vec{r}$ der Ortsvektor zu einem beliebigen Punkt ist, in dem die Feldstärke bestimmt werden soll.
- Gibt man $\vec{r}$ in Kugelkoordinaten an mit $\vec{r}=(r,\vartheta,\varphi)$, so ist der Betrag der Feldstärke nur vom Betrag $r=|\vec{r}|$ abhängig, nicht von ϑ und φ, nämlich gemäß $E=|\vec{E}|=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}$.
- Die Energiedichte des elektrischen Feldes lautet $u=\frac{\varepsilon_0}{2}\cdot|\vec{E}|^2$.

- Damit ist die Energiedichte des zentralsymmetrischen Feldes einer Punktladung $u = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \left|\vec{E}\right|^2 = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \right)^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 r^4}$.

- Die Energie in der Kugelschale von x_1 bis $x_1 + c \cdot \Delta t$ berechnet sich somit über das Volumenintegral zu

$$E_{\substack{Schale \\ innen}} = \int\limits_{\substack{Kugel- \\ schale}} u(\vec{r})\,dV = \int\limits_{\varphi=0}^{2\pi} \int\limits_{\vartheta=0}^{\pi} \int\limits_{r=x_1}^{x_1+c\cdot\Delta t} \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4} \cdot r^2 \cdot \sin(\vartheta)\, dr\, d\vartheta\, d\varphi$$

$$= \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0} \cdot \int\limits_{\varphi=0}^{2\pi} \int\limits_{\vartheta=0}^{\pi} \underbrace{\int\limits_{r=x_1}^{x_1+c\cdot\Delta t} \frac{1}{r^2} \cdot dr}_{=\frac{c\cdot\Delta t}{(x_1+c\cdot\Delta t)\cdot x_1}} \cdot \sin(\vartheta)\, d\vartheta\, d\varphi$$

$$= \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{c\cdot\Delta t}{(x_1+c\cdot\Delta t)\cdot x_1} \cdot \underbrace{\int\limits_{\varphi=0}^{2\pi} \underbrace{\int\limits_{\vartheta=0}^{\pi} \sin(\vartheta)\, d\vartheta}_{=2}\, d\varphi}_{=4\pi}$$

$$= \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{c\cdot\Delta t}{(x_1+c\cdot\Delta t)\cdot x_1} \cdot 4\pi = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{c\cdot\Delta t}{(x_1+c\cdot\Delta t)\cdot x_1}$$

Dass diese Energie nicht zu Null wird, ist offensichtlich. Das heißt, dass die Ladung in ihrer Funktion als Feldquelle in der Tat permanent Energie emittiert. Damit ist die mathematische Untermauerung des ersten Paradoxons erfolgt.

- Lassen wir nun die Zeit bis t_2 verstreichen, so ist der innere Rand der Kugelschale von x_1 nach x_2 gewandert und der äußere Rand von $x_1 + c \cdot \Delta t$ nach $x_2 + c \cdot \Delta t$. Mit dem in Abb.1 eingeführten Abstand Δx ergeben sich innerer und äußerer Radius der Schale dann zu $x_2 = x_1 + \Delta x$ bzw. $x_2 + c \cdot \Delta t = x_1 + \Delta x + c \cdot \Delta t$. Die Kugelschale hat somit in der verflossenen Zeitspanne ihr Volumen vergrößert, aber die Feldstärke im inneren der Kugelschale ist, (was auch dem Coulombgesetz entspricht), kleiner geworden. Würde der bloße Raum die mit dem Feld verbundene Energie einfach nur durch sich hindurch laufen lassen, was man eigentlich aufgrund der Energieerhaltung erwarten würde, dann müsste der Energiebetrag in der nun vergrößerten Kugelschale $E_{Schale,außen}$ der selbe sein, wie der Energiebetrag in der inneren Schale $E_{Schale,innen}$. Wir wollen das nachrechnen:

$$E_{\substack{Schale \\ außen}} = \int\limits_{\substack{Kugel- \\ schale}} u(\vec{r})\,dV = \int\limits_{\varphi=0}^{2\pi} \int\limits_{\vartheta=0}^{\pi} \int\limits_{r=x_2}^{x_2+c\cdot\Delta t} \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4} \cdot r^2 \cdot \sin(\vartheta)\, dr\, d\vartheta\, d\varphi$$

$$= \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0} \cdot \int\limits_{\varphi=0}^{2\pi} \int\limits_{\vartheta=0}^{\pi} \underbrace{\int\limits_{r=x_1+\Delta x}^{x_1+\Delta x+c\cdot\Delta t} \frac{1}{r^2} \cdot dr}_{=\frac{c\cdot\Delta t}{(x_1+\Delta x+c\cdot\Delta t)\cdot(x_1+\Delta x)}} \cdot \sin(\vartheta)\, d\vartheta\, d\varphi$$

$$= \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{c\cdot\Delta t}{(x_1+\Delta x+c\cdot\Delta t)\cdot(x_1+\Delta x)} \cdot \underbrace{\int\limits_{\varphi=0}^{2\pi} \underbrace{\int\limits_{\vartheta=0}^{\pi} \sin(\vartheta)\, d\vartheta}_{=2}\, d\varphi}_{=4\pi}$$

$$= \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{c\cdot\Delta t}{(x_1+\Delta x+c\cdot\Delta t)\cdot(x_1+\Delta x)} \cdot 4\pi = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{c\cdot\Delta t}{(x_1+\Delta x+c\cdot\Delta t)\cdot(x_1+\Delta x)}$$

- Da diese Energie $E_{Schale,außen}$ offensichtlich nicht mit der Energie $E_{Schale,innen}$ identisch ist, ist klar, dass der leere Raum den Energieinhalt der betrachteten Kugelschale verändert. Damit ist die Berechtigung des zweiten Paradoxons bewiesen. Die Frage nach dem Verbleib der Energiedifferenz im Raum ist ungeklärt. Zur Abrundung des Gedankenganges sei in Abb.2 noch die Energiedifferenz $E_{diff} = E_{Schale,außen} - E_{Schale,innen}$, die die Kugelschale beim Durchlaufen der Strecke Δx verliert, als Funktion des Schalenradius x_1 aufgetragen.

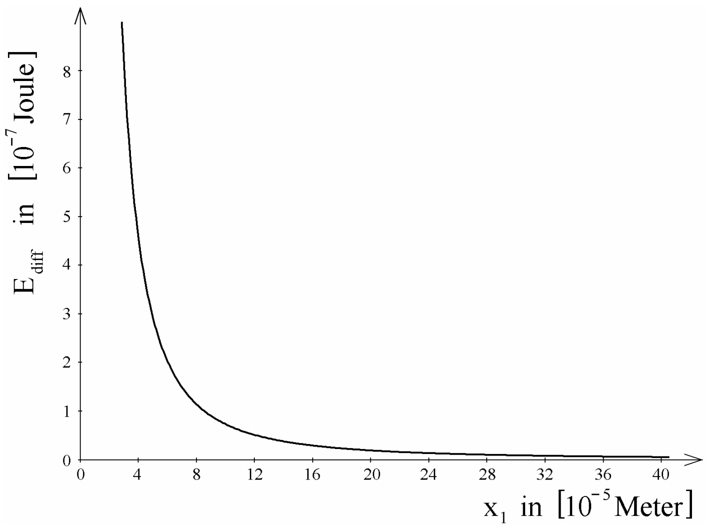

Abb.2:
Darstellung der im Raum verloren gehenden Energie, beim Laufen einer felderfüllten Kugelschale. Aufgetragen in Abszissenrichtung ist der innere Radius der Kugelschale x_1. Im übrigen wurde für das Rechenbeispiel $\Delta x = 10^{-10} m$ und $\Delta t = 10^{-7}$ sec. eingesetzt, sowie als Feldquelle das Beispiel eines Elektrons verwendet.

3. Die Analogie der Problematik für den Fall der Gravitation

In der Newton'schen Beschreibung der Gravitation ergibt sich folgendes Bild:
Die Analogie des **Paradoxons der Existenz von Ladung** zum **Paradoxon der Existenz gravitierender Masse** verstehen wir anhand der Analogie der Ausbreitung statischer Felder und der Ausbreitung von Wellen.
Das gravitatorische Pendant zum elektrostatischen Feld ist das Gravitationsfeld. Das gravitatorische Pendant zu elektromagnetischen Wellen sind Gravitationswellen.[1] Deren Existenz wird heute allgemein akzeptiert, und man versucht, sie mit Hilfe von Gravitationswellendetektoren nachzuweisen.
Auch ihr Entstehungsmechanismus ist in Analogie zur Entstehung elektromagnetischer Wellen verständlich. So wie bei den elektromagnetischen Wellen ein schwingendes Ladungspaar für das periodische „Ein- und Ausschalten" der felderzeugenden Ladung verantwortlich gemacht werden konnte, so können Gravitationswellen zum Beispiel von einem um den gemeinsamen Schwerpunkt kreisenden Doppelstern [Sha 83] erzeugt werden. Die Feldstärkenverteilung des abgestrahlten Gravitationsfeldes sieht dann ein anders aus als bei einer harmonischen Schwingung, was aber die prinzipielle hier dargestellte Begründung des Paradoxons nicht stört. Damit ist der Mechanismus in Analogie zu dem in Abschnitt 1 dargestellten reproduziert. Bestandteil dieses Mechanismus ist wieder die Ausbreitungsgeschwindigkeit der statischen Felder (hier der statischen Gravitationsfelder) mit Lichtgeschwindigkeit und der Gravitationswellen mit ebendieser Geschwindigkeit.

Die Übertragung der in Abschnitt 2 dargestellten mathematischen Formeln auf den Fall der Gravitation wird offensichtlich, wenn man die Energiedichte des gravitostatischen Feldes $u = \frac{1}{8\pi\gamma} \cdot \left|\vec{G}\right|^2$ (mit $\gamma =$ Newton's Gravitationskonstante und $\vec{G} = \gamma \cdot \frac{M}{r^3} \cdot \vec{r}$, worin M eine Masse

[1] Nebenbei bemerkt gibt es auch ein gravitatorisches Pendant zum Magnetfeld, das als gravimagnetisches Feld bezeichnet wird und die Grundlage des Thirring-Lense-Effekts bildet (siehe z.B. [Sch 02], [Thi 18], [Gpb 07]). Aber dieses Feld ist für das hier erklärte Paradoxon nicht erforderlich und soll deshalb nicht weiter betrachtet werden.

ist) anstelle der Energiedichte des elektrostatischen Feldes in die gezeigten Volumenintegrale einsetzt, die zu einem zentralsymmetrischen Gravitationsfeld passen.
Da die Berechnung der Volumenintegrale sich von denen im Coulomb-Fall lediglich durch die Werte konstanten Faktoren vor dem Volumenintegral unterscheidet, kann auf eine Wiederholung der Berechung verzichtet werden. Den entscheidenden Punkt erkennt man ohnehin:
Auch für Gravitationsfelder bleiben die beiden Paradoxa ungeklärte Probleme:

- Woher nimmt die schwere (gravitierende) Masse die Energie um ständig Gravitationsfeld emittieren zu können ?
- Wieso geht bei der bloßen Ausbreitung im Raum ein Teil der Energie des Gravitationsfeldes verloren ?

Literaturhinweise

[Abr 92] „The Laser interferometer gravitational wave observatory" von A. Abramovici et. al., Science 256, S.325-333 (1992)

[Ace 02] „Status of the VIRGO" von F. Acernese et. el. Classical and Quantum Gravity 19, S.1421 (2002)

[And 02] "Current status of TAMA" von M. Ando and the TAMA collaboration, Classical and Quantum Gravity 19, S.1409 (2002)

[Bar 99] „LIGO and the Detection of Gravitational Waves" von R.Barish und R.Weiss, Phys. Today 52 (Oct), 44 (1999)

[Cod 00] „CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 1998" Review of Modern Physics 72 (2) 351 (April 2000). Der Inhalt der CODATA-Eintragungen wird fortlaufend aktualisiert unter der Internet-Adresse: http://physics.nist.gov/cuu/Constants/ .

[Fey 01] „Feynman Vorlesungen über Physik, Band II: Elektromagnetismus und Struktur der Materie" von R. P. Feynman, R. B. Leighton und M.Sands, (2001), 3.Auflage, Oldenbourg Verlag, ISBN 3-486-25589-4

[Gpb 07] „Gravity- Probe- B Experiment", Stanford- University, F. Everitt et. al. zu finden in (2007) unter http://einstein.stanford.edu/index.html

[Loh 05] „Hochenergiephysik" von Erich Lohrmann, (2005) B. G. Teubner Verlag, ISBN 3-519-43043-6

[Sch 02] „Gravitation" von U. E. Schröder (2002) Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, ISBN 3-8171-1679-9

[Sha 83] Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects von Stuart L. Shapiro und Saul A. Teukolsky, (1983) Wiley Interscience ISBN 0-471-87317-0

[Thi 18] Über die Wirkung rotierender ferner Massen in Einsteins Gravitationstheorie von Thirring und Lense, Phys. Zeitschr. 19, Seiten 33-39 Jahrgang (1918)

[Wil 02] „A report of the status of the GEO 600 gravitational wave detector" von B.Willke et. al., Classical and Quantum Gravity. 19, S.1377 (2002)

Adresse des Autors:

Prof. Dr. Claus W. Turtur
Fachhochschule Braunschweig-Wolfenbüttel
Salzdahlumer Straße 46 / 48
Germany - 38302 Wolfenbüttel
Email: c-w.turtur@fh-wolfenbuettel.de
Tel.: (++49) 5331 / 939 – 3412